

Logiche condizionali e revisione delle credenze

Laura Giordano, Valentina Gliozzi, Nicola Olivetti

- Aspetto di agenti: credenze (no goals, né intenzioni).
- Sviluppo di metodi formali (logica) per rappresentare
revisione delle credenze e ragionamento
condizionale.
- Condizionali possono essere usati per rappresentare
strategie di revisione di agenti.

- Revisione delle credenze

- Logiche condizionali

Revisione delle credenze

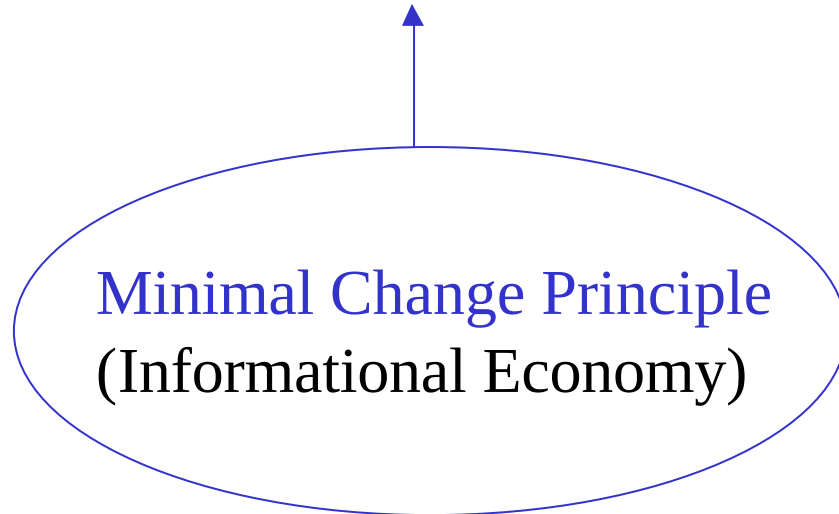
Capacità di un “agente intelligente” di cambiare le proprie credenze alla luce di nuove informazioni

Revisione delle credenze

- Rappresentazione di stato epistemico
- Caratterizzazione delle proprietà dell'operatore di revisione *:

$$K, A \Rightarrow K * A$$

- **REVISIONE:** Il risultato della revisione di uno stato epistemico K con una formula A :
 - Contiene A ;
 - è CONSISTENTE (se A è consistente);
 - DIFFERISCE IL MENO POSSIBILE DA K



(se $\neg A \notin K$, allora $K * A = C_{NPC}(K \cup \{A\})$)

- Teoria AGM della revisione (Alchourròn, Gärdenfors, Makinson)
- Teorie della revisione iterata (Darwiche e Pearl, Lehmann)
- Teoria dell'update (Katsuno e Mendelzon)

Teoria AGM della Revisione

(Alchourròn, Gärdenfors, Makinson)

- Stati epistemici: insiemi deduttivamente chiusi di formule
- Nuova informazione: formula proposizionale
- Operatore di revisione: *

Teoria AGM della Revisione

(Alchourròn, Gärdenfors, Makinson)

- Stati epistemici: insiemi deduttivamente chiusi di formule proposizionali K
- Nuova informazione: formula proposizionale
- Operatore di revisione: $*$

Teoria AGM della Revisione

(Alchourròn, Gärdenfors, Makinson)

- Stati epistemici: insiemi deduttivamente chiusi di formule proposizionali K
- Nuova informazione: formula proposizionale A
- Operatore di revisione: $*$

Teoria AGM della Revisione

(Alchourròn, Gärdenfors, Makinson)

- Stati epistemici: insiemi deduttivamente chiusi di formule proposizionali K
- Nuova informazione: formula proposizionale A
- Operatore di revisione: $*$

$$K, A \rightarrow K * A$$

Postulati AGM per la revisione

- $A \in K * A$
- se $\neg A \notin K$, allora $K * A = K + A$
- $K * A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K * A = K * B$

$$K + A = \text{Cn}(K \cup A)$$

Postulati AGM per la revisione

- $A \in K * A$ ←  **successo**
- se $\neg A \notin K$, allora $K * A = K + A$
- $K * A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K * A = K * B$

$$K + A = \text{Cn}(K \cup A)$$

Postulati AGM per la revisione

- $A \in K * A$
- se $\neg A \notin K$, allora $K * A = K + A$
- $K * A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K * A = K * B$

Minimal Change Principle

$$K + A = \text{Cn}(K \cup A)$$

Postulati AGM per la revisione

- $A \in K * A$
- se $\neg A \notin K$, allora $K * A = K + A$
- $K * A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K * A = K * B$



Consistenza

$$K + A = \text{Cn}(K \cup A)$$

Postulati AGM per la revisione

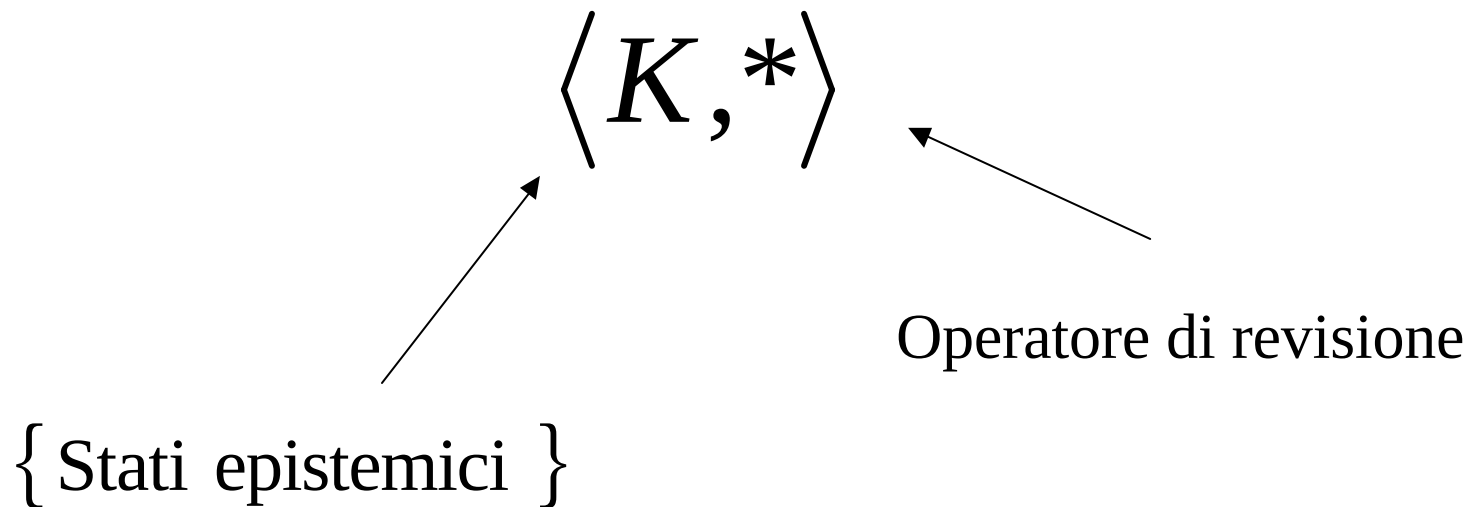
- $A \in K * A$
- se $\neg A \notin K$, allora $K * A = K + A$
- $K * A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K * A = K * B$



Estensionalità

$$K + A = \text{Cn}(K \cup A)$$

SISTEMI DI REVISIONE



Logiche condizionali e revisione delle credenze

- Revisione delle credenze
- Logiche condizionali

Logiche condizionali e revisione delle credenze

- Revisione delle credenze
- Logiche condizionali

Condizionali -(controfattuali)

Se A , allora B

- Se i canguri non avessero la coda, perderebbero l'equilibrio.

Logica classica inadeguata: tutti i controfattuali banalmente veri. $(A \text{ ® } B)$

- Se i canguri non avessero la cosa, avrebbero il pelo rosso.

Logiche condizionali

Stalnaker, Lewis, Nute

NUOVO CONNETTIVO CONDIZIONALE: $>$

$A > B$: (“se A, allora B”)

Logiche condizionali

$$\langle W, f, [[\]]\rangle$$

Logiche condizionali

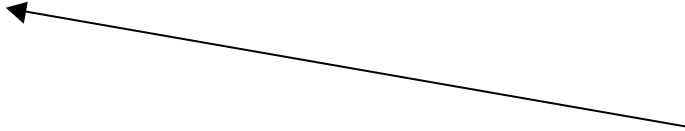
$\langle W, f, [[\]] \rangle$



insieme di mondi possibili

Logiche condizionali

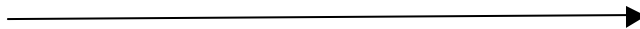
$\langle W, f, [[\]] \rangle$



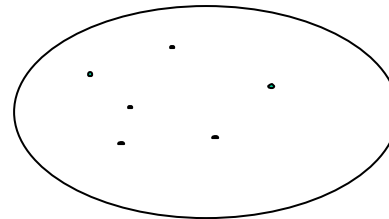
Funzione di selezione

$$f : W \times L \rightarrow P(W)$$

w



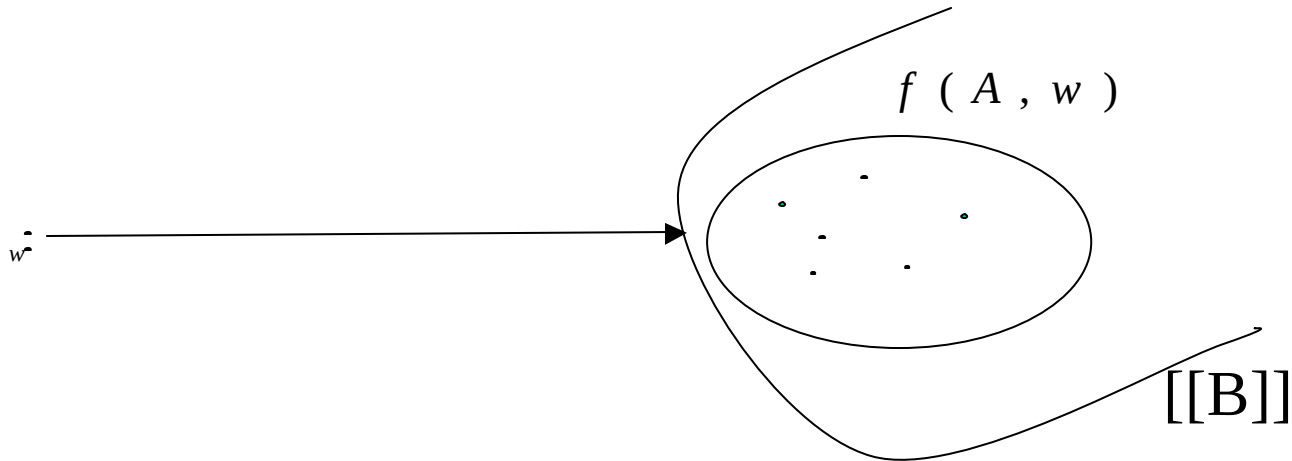
$f(A, w)$



(Mondi preferiti
rispetto a w che
soddisfano A)

Logiche condizionali

$\langle W, f, [[]] \rangle$ ← Funzione di valutazione



$$[[A > B]] = \{w : f(A, w) \subseteq [[B]] \}$$

Logiche condizionali e revisione delle credenze

- Revisione delle credenze
- Logiche condizionali

Criterio di Ramsey

“Accetta il condizionale *se A, allora B* in uno stato epistemico K se e solo se il cambiamento minimale di K necessario ad accettare A richiede di accettare B”

Ramsey Test

Formalizzazione di Gärdenfors

RT: " $A > B \in K$ iff $B \in K * A$ "



Operatore condizionale



Operatore di revisione

Importanza del Ramsey Test

- Semantica per i condizionali
- Condizionali possono essere usati per rappresentare strategie di revisione di agenti.
- Linguaggio per rappresentare e ragionare su proprietà di operatori di revisione

Problema:



Risultato di banalità

Gli unici sistemi di revisione compatibili con il Ramsey Test sono *banali*.

Sistema di revisione *banale*: in cui tutti gli insiemi di credenze appresentati sono completi

Soluzioni proposte in letteratura

Indebolire il Ramsey Test

- aggiungendo precondizioni (Rott, Makinson)
- Indebolire la nozione di accettabilità dei condizionali: “ $A > B$ è accettato in K ” non vuole dire che “ $A > B \in K$ ” (Levi, Katsuno-Satoh, Nejdl, Friedman e Halpern)

Studiare la relazione tra condizionali e altre forme di cambiamento epistemico (es.: belief update)(Grahne Ryan)

Soluzione al risultato di banalità

- Il risultato di banalità può essere evitato rinunciando ad assunzioni controintuitive, quali:
 - Che il Minimal Change Principle debba applicarsi anche a formule condizionali
 - Che i sistemi di revisione debbano essere chiusi rispetto all'espansione.

Minimal Change Principle pensato per sistemi di revisione contenenti solo stati epistemici proposizionali, cattura il principio di Informational Economy.

Controintuitivo se applicato a credenze condizionali: venire a conoscenza di nuove informazioni può portare a cambiare le preferenze e i giudizi di plausibilità su cui si basano le credenze condizionali.

Esempio

Esempio: Una ricca signora è stata uccisa. I nipoti Spike, Adam e Linda sono sospettati. Il detective ritiene che l'omicida sia Spike, che Adam sia una possibilità, anche se poco probabile e che Linda invece sia probabilmente innocente.

L'insieme di credenza del detective può essere rappresentato come segue:

$K = \{\text{Spike}, \neg\text{Spike} > \text{Adam}\}$

Se il detective acquisisse nuove informazioni che provassero in modo certo l'innocenza di Adam, abbandonerebbe probabilmente la sua credenza condizionale $\neg\text{Spike} > \text{Adam}$ e potrebbe eventualmente cominciare a credere che $\neg\text{Spike} > \text{Linda}$.  **Condizionali diversi!!**

Chiusura rispetto all'espansione fa sì che vengano creati stati epistemici la cui revisione *non* può soddisfare i postulati della revisione e il Ramsey Test.

Esempio: sia dato un linguaggio che contiene solo p .

$$K = \text{Cn PC } \{T, p > p, \neg p > \neg p, T > T, p > T, \neg p > T, \\ \perp > p, \perp > \neg p, \perp > \perp\}$$

$$K + p \quad \longleftarrow \quad (\text{Non contiene } T > p)$$



Se la chiusura deduttiva rispetto alla logica classica è indicata per inferire come la parte proposizionale di uno stato epistemico evolve quando si acquisiscono nuove informazioni, non è adeguata per inferire come evolve la sua parte condizionale.

Limitare il Minimal Change alla parte proposizionale degli insiemi di credenza e abbandonare la chiusura rispetto all'espansione sono rimedi **SUFFICIENTI** al problema della banalità.

Postulati indeboliti

- $A \in K^*A$
- se $\neg A \notin K$, allora $[K * A] = [K + A]$
- $K^*A = K_{\perp}$ solo se $\vdash \neg A$
- se $A \leftrightarrow B$, allora $K^*A = K^*B$

$$[K] = K \cap L_{\text{Prop}}$$

Non banalità

Esistono sistemi di revisione **non banali** che soddisfano i postulati indeboliti (sistemi di revisione “condizionali”) e lo Strong Ramsey Test:

- SRT : $A > B \in K$ sse $B \in K^*A$ e

$\emptyset A > B \in K$ sse $B \notin K^*A$.

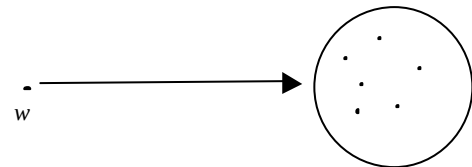
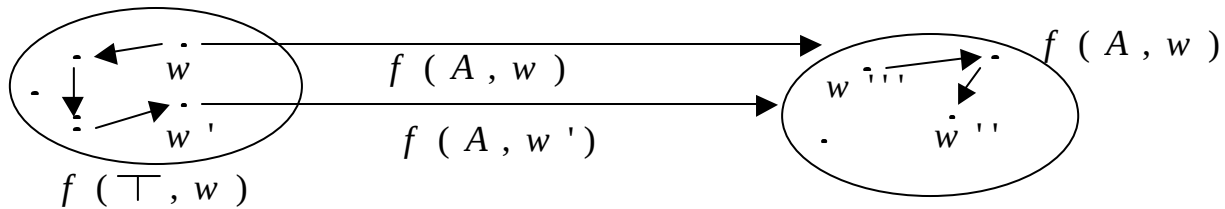
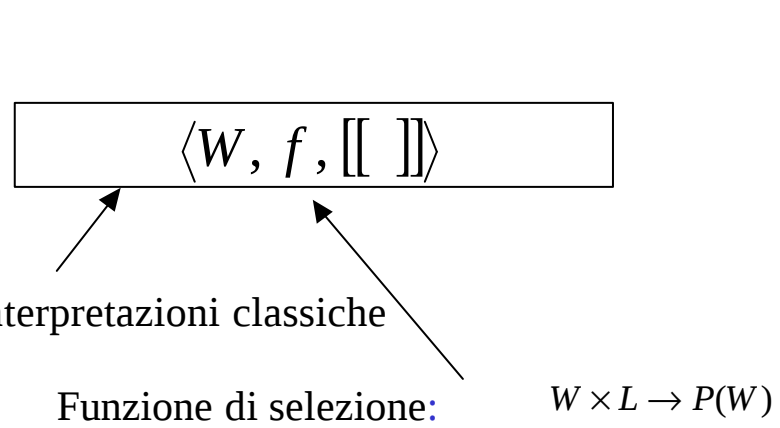
Logica BCR

Formula “valida” se e solo se appartiene a tutti gli stati epistemici di tutti i sistemi di revisione condizionali.

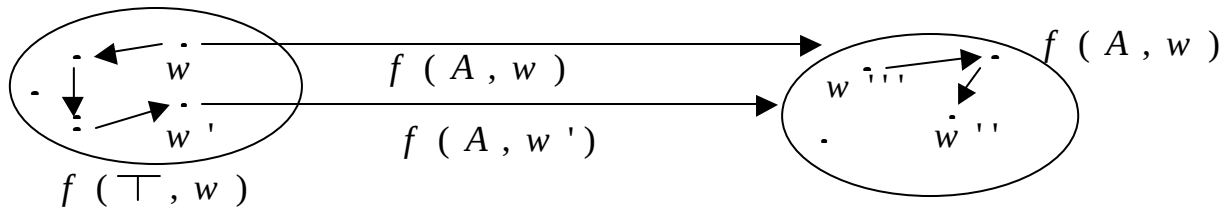
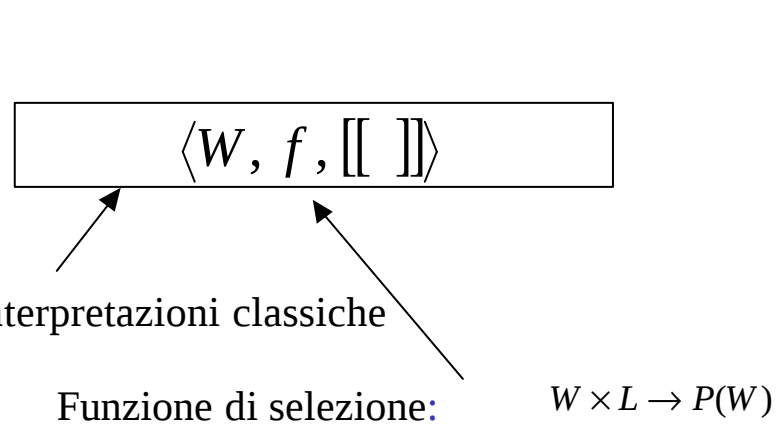
Logica BCR

- (G I) (*CLASS*) All classical axioms and inference rules;
(*ID*) $A > A$;
(*RCEA*) if $\vdash A \leftrightarrow B$, then $\vdash (A > C) \leftrightarrow (B > C)$;
(*RCK*) if $\vdash A \rightarrow B$, then $\vdash (C > A) \rightarrow (C > B)$;
- (G II) (*DT*) $((A \wedge C) > B) \rightarrow (A > (C \rightarrow B))$, for $A, B, C \in \mathcal{L}$;
(*CV*) $\neg(A > \neg C) \wedge (A > B) \rightarrow ((A \wedge C) > B)$, for $A, B, C \in \mathcal{L}$;
- (G III) (*BEL*) $(A > B) \rightarrow \top > (A > B)$;
(*REFL*) $(\top > A) \rightarrow A$;
(*EUC*) $\neg(A > B) \rightarrow A > \neg(\top > B)$;
(*TRANS*) $(A > B) \rightarrow A > (\top > B)$;
- (G IV) (*MOD*) $\Box A \rightarrow B > A$, where $A \in \mathcal{L}_\Box$;
(*U4*) $\Box A \rightarrow \Box \Box A$, where $A \in \mathcal{L}_\Box$;
(*U5*) $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$, where $A \in \mathcal{L}_\Box$.

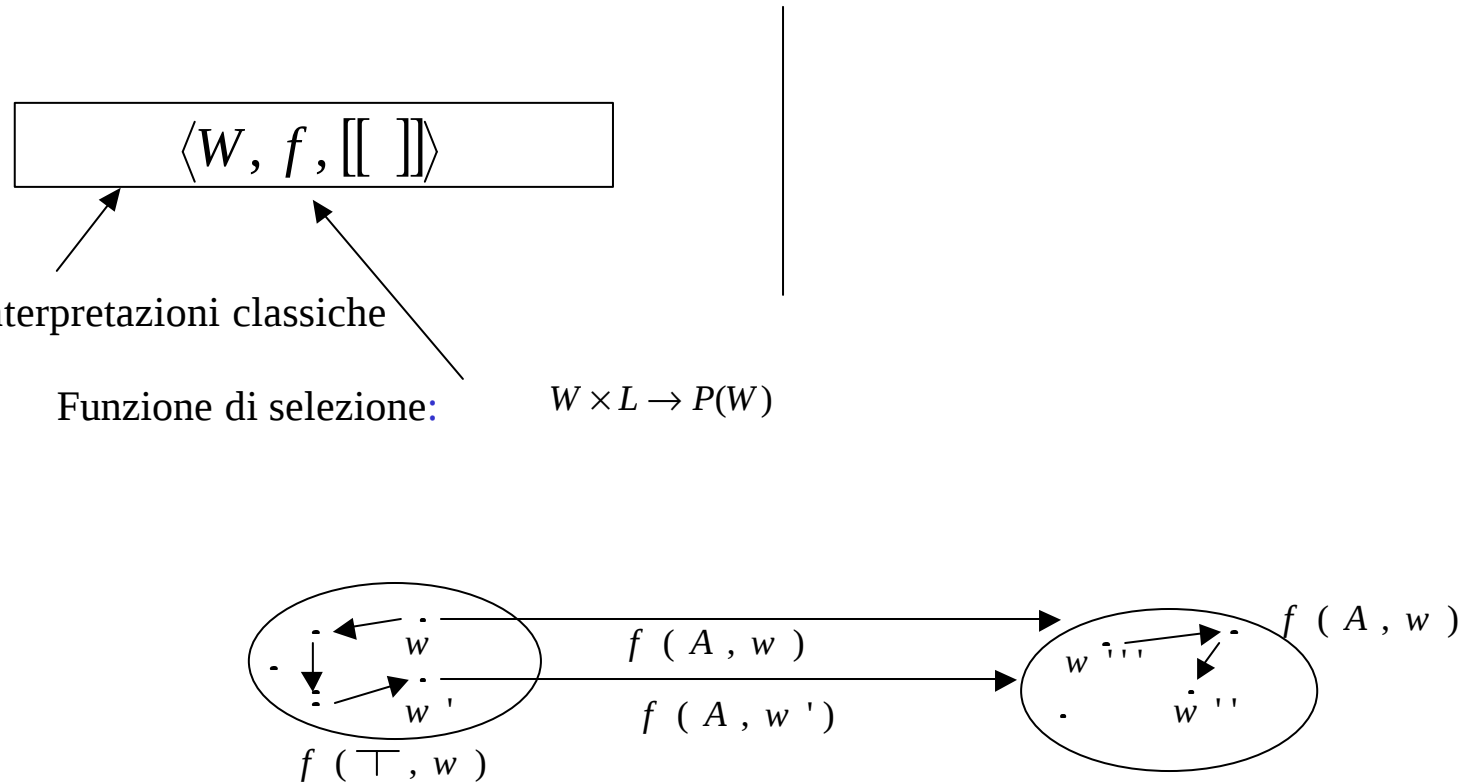
BCR-Semantica



BCR-Semantica



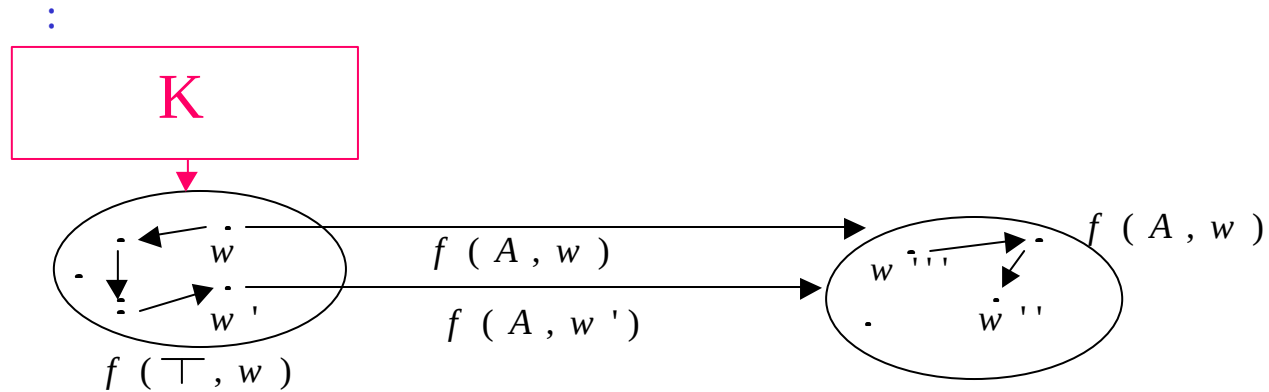
BCR-Semantica



$\top \triangleright A =$ “A è creduto”

BCR-Semantica

$\langle W, f, [[\] \rangle$

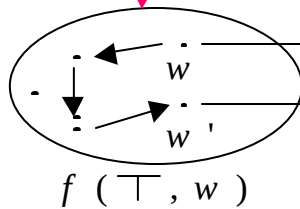


$\top \triangleright A =$ “A è creduto”

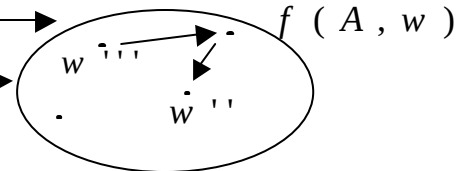
BCR-Semantica

$\langle W, f, [[\] \rangle$

K



K*A



$\top \triangleright A = \text{“}A \text{ è creduto”}$

Risultati tecnici

- Teorema di rappresentazione: ad ogni modello condizionale BCR corrisponde un sistema di revisione condizionale e viceversa.
- Proprietà di BCR: completezza correttezza decidibilità

Sviluppi

- Revisione di stati mentali di agenti-anche goals, intentions
- Revisione in contesti multiagente



- Aspetto parziale: insiemi di credenza (no goals, né intenzioni).
- Sviluppo di metodi formali per rappresentare ragionamento condizionale e revisione delle credenze.
- Condizionali possono essere usati per rappresentare strategie di revisione di agenti.

Correttezza e completezza

- La logica BCR ha un'assiomatizzazione corretta e completa

Decidibilità

- La logica BCR è decidibile

- Revisione delle credenze
- Logiche condizionali

Operatori di revisione che soddisfano i postulati AGM

- Full-meet
- Maxichoice
- Epistemic Entrenchment
- etc..